



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Dipartimento FISPPA
Filosofia Sociologia Pedagogia Psicologia Applicata



**CORSO PER L'APPRENDIMENTO PERMANENTE
IN
PHILOSOPHY FOR CHILDREN
COSTRUIRE COMUNITA' DI RICERCA IN CLASSE
E IN ALTRI CONTESTI EDUCATIVI**

**TESINA DI FINE CORSO
A.A. 2015-2016**

“La Conoscenza nella Filosofia con i bambini”

**di
Maria Giovanna Dal Tin**

LA CONOSCENZA NELLA FILOSOFIA CON I BAMBINI

INDICE

Introduzione		2
Cap. 1	L'uomo nell'Universo: interno esterno	6
Cap. 2	La Teoria degli Insiemi	9
Cap. 3	La materia è ordinale	12
Cap. 4	La conoscenza procede per isomorfismi: dalla materia ordinale alla rappresentazione cardinale	13
Cap. 5	La Teoria degli Insiemi nella Filosofia con i bambini	20
Appendice 1	Strutture e Isomorfismi	24
Appendice 2	La conoscenza procede per isomorfismi: la deduzione	25
Bibliografia		27

Introduzione

“A parità di fattori va preferita la spiegazione più semplice”

(Guglielmo di Occam)

La Novacula Occami (il Rasoio di Occam) è un principio metodologico espresso dal filosofo e frate francescano inglese William of Ockham (Guglielmo di Occam) vissuto a cavallo del 1300. Occam stabilisce un criterio di semplicità che porta all'economia di pensiero ed all'unità di trattazione che sostiene: è inutile formulare più ipotesi di quante non strettamente necessarie. Altre formulazioni di Occam sono:

“Entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem	“Non moltiplicare gli elementi più del necessario”
Pluralitas non est ponenda sine necessitate	“Non considerare la pluralità se non è necessario”
Frustra fit per plura quod fieri potest per pauciora	“E' inutile fare con più ciò che si può fare con meno”

Tabella 1

Non vi è motivo quindi di complicare ciò che è semplice, ci suggerisce Occam. All'interno di un ragionamento o di una dimostrazione vanno invece ricercate la semplicità e la sinteticità. L'economia di pensiero e l'unità di trattazione sono dei principi che riconosciamo, a posteriori, come linea guida dell'evoluzione del cervello (gli insiemi, per es., consentono di trattare una molteplicità come un oggetto singolo). Storicamente, le teorie “più semplici” hanno superato un numero maggiore di verifiche rispetto a quelle “più complicate”, con un numero maggiore di ipotesi. Infatti, se si riesce a confutare anche una sola ipotesi su cui si basa una teoria, tutta la teoria cade, più ipotesi ci sono maggiore è la probabilità che essa venga confutata. La forza (o la validità) di una teoria è inversamente proporzionale al numero di ipotesi che la reggono. Ma perché richiamare Occam in questo contesto? Perché l'economia di pensiero e l'unità di trattazione non sembrano più essere perseguite. Si assiste, infatti, ad una proliferazione incontrollata di enti di ogni genere (io, sé, anima, psiche, mente, proto sé, sé nucleare, sé autobiografico, sé multipli, conscio, preconscio, inconscio, superconscio, ecc.). La Teoria degli Insiemi persegue lo scopo dell'economia di pensiero e dell'unità di trattazione. Il presente lavoro vuole portare alla luce il contributo della Teoria degli insiemi alla comprensione del processo della Conoscenza ed evidenziare come tale strumento possa essere utilizzato nella P4C. Due concetti sono importanti: la conoscenza e la consapevolezza. Senza consapevolezza c'è solo istinto. Senza conoscenza c'è la consapevolezza di brancolare nel buio (dell'ignoranza). Mi sono chiesta: “Conoscenza e consapevolezza di chi e di che cosa”? E ancora “Come si consegue la conoscenza e la consapevolezza di “qualcosa”? Per più di 2000 anni, l'uomo si è dibattuto tra diverse correnti di pensiero circa il significato della parola

“conoscere”. Vari pensatori e filosofi si sono chiesti se la realtà esistesse o meno, hanno parlato di materia, di atomi, di natura, di anima, di psiche, di corpo, di spirito, di Dio e di quale rapporto intercorresse fra questi enti dibattendolo animatamente circa le varie interpretazioni e risposte da dare alla teoria della conoscenza. Alcuni pensatori hanno aggiunto un “tassello”, altri hanno contribuito a ritardare la comprensione di che cosa significhi conoscere e di come proceda il processo della conoscenza. È mancata la visione di insieme che la Teoria degli Insiemi oggi offre per comprendere come possiamo conoscere noi stessi e la realtà in cui viviamo. Infatti, solo negli ultimi anni del XX secolo si è resa disponibile, grazie alla Matematica ed alla Fisica, una visione esaustiva e completa del rapporto esistente fra l’uomo e la realtà. La frequenza al corso “Philosophy for Children 2016”, mi ha vista partecipe sia come facilitatore che come partecipante alla comunità di ricerca. Durante le sessioni, ho riscontrato come il tema della conoscenza della realtà e della sua rappresentazione emergessero di continuo da parte dei partecipanti. Questi sono stati anche i temi delle mie due sessioni di facilitazione. Il Prof. Morato nella sua relazione “Conoscere, immaginare, ragionare immaginando” ha detto che la definizione classica di conoscenza è la seguente: “Conoscere P: sapere che P è vero presuppone (i) credere che P sia vero, (ii) avere una giustificazione per credere che P sia vero, (iii) la verità di P”. E ancora, “La conoscenza dal punto di vista concettuale è uno stato epistemico di vertice connesso a come stanno le cose”[1]. Ma che cosa significa “stato epistemico di vertice connesso a come stanno le cose” ? E soprattutto di quali “cose” parliamo? Con questo studio desidero portare il contributo di alcuni importanti pensatori, logici e matematici, che, nel corso di almeno due millenni, hanno permesso di mettere insieme i “tasselli” per comprendere il processo della conoscenza, che cosa significhi conoscere e dare risposta ad alcune domande emerse durante le sessioni al corso di formazione in “Filosofia con i bambini” a cui ho partecipato. Alcuni temi e domande emersi durante le sessioni sono stati: “Il rapporto fra realtà e rappresentazione”, “Che cos’è il pensiero?”, “Che cos’è la mente?”, “Mente e cervello sono la stessa cosa?”, “La mente è il luogo dei pensieri?”, “Che cosa significa essere?”, “Che cosa significa essere qualcuno?”, “Che cosa bisogna essere, per essere qualcuno?”, “Quanti tipi di pensiero ci sono?”. Sono domande e temi che ruotano attorno a concetti fondamentali, come vedremo a breve. Durante le sessioni, è emersa da parte della comunità di ricerca poca consapevolezza circa il fatto che l’uomo sia essenzialmente un sistema fisico (un insieme di parti in relazione tra loro). Ho potuto anche osservare come il rapporto esistente fra il fisico e il mentale non fosse chiaramente disposto. Dopo secoli di incertezza, negli ultimi anni, è emerso senza equivoci che la parte del corpo che produce le funzioni mentali è il cervello. Con l’auspicio di incrementare questa consapevolezza, non solo nei partecipanti alla mia comunità di ricerca ma anche e soprattutto nei bambini a cui si rivolge il “movimento educativo”[2] Philosophy for Children, mi accingo a presentare il contributo della

Teoria degli Insiemi alla comprensione di ciò che significa conoscere. Ritengo infatti che lo scopo dell'educazione sia primariamente la promozione della conoscenza dell'uomo, della realtà in cui vive e del loro benessere al fine di preservare e migliorare entrambi. La Teoria degli Insiemi si fonda su due concetti primitivi: il concetto di insieme e la proprietà di appartenenza, a partire dai quali i logici e i matematici hanno posto le basi della matematica e quindi della scienza tutta. Le proprietà "primitive" sono state predisposte ed affinate dall'evoluzione, prima negli animali, e poi nell'uomo. Il concetto di complementarità, prefigurato da Parmenide e da Zenone di Elea, base fondante della logica e ben delineato nella Teoria degli Insiemi, definisce il confine tra l'uomo e l'Universo, fra l'interno e l'esterno, fra la realtà e la sua rappresentazione. Sul piano cosmologico, la Teoria Standard dice che, da quando esiste, la materia è soggetta a "relazioni", si organizza in strutture e acquista così nuove proprietà emergenti che culminano nella mente consapevole dell'uomo.

Alcune definizioni:

Oggetto ordinale: un oggetto che occupa spazio. Un oggetto ordinale è anche ponderabile (può essere pesato o, in generale, misurato). Tutti gli oggetti ordinali presenti nell'Universo sono in relazione spaziale tra loro (nel senso che uno è a destra, a sinistra, sopra, sotto, davanti o dietro rispetto a qualsiasi altro oggetto). Non a caso "cosmo" significa ordine. Essendo in ordine, si distingue il primo oggetto dal secondo, dal terzo, e così via. La Teoria Ordinale degli Insiemi considera solo oggetti ordinali.

Insieme: concetto primitivo e intuitivo

- un insieme è una considerazione simultanea di oggetti (B.Russel).
- un insieme è qualsiasi molteplicità che può essere trattata come un oggetto singolo (Cantor).

Relazione: una qualsiasi legge, corrispondenza, legame...tra due, o più, enti. La proprietà di appartenenza è una relazione.

Struttura: insieme delle relazioni che intercorrono tra elementi appartenenti allo stesso insieme.

Nell'ambito della Teoria Assiomatica degli Insiemi, con il termine "struttura" si intende "un insieme dotato di struttura" ma struttura è anche l'insieme delle relazioni. In questo contesto si è preferito dare la definizione di "sistema" tenendo separati l'insieme degli elementi (insieme di supporto) e l'insieme delle relazioni (struttura); questo perché lo stesso insieme di supporto, con una struttura diversa, dà origine a sistemi che espongono proprietà emergenti diverse (si vedano, per esempio, gli stati allotropici del carbonio: diamante, grafite, carbone, fullerene, nanotubi etc.)

Sistema: insieme di parti in relazione tra loro ovvero un insieme dotato di struttura. L'insieme è detto "insieme di supporto" nel senso che supporta la struttura.

Proprietà emergente: una proprietà esposta da un sistema considerato come oggetto.

Per esempio: consideriamo la macchinetta del caffè (la moka). Essa è costituita di parti ma nessuna parte, presa singolarmente, può fare il caffè. Fare il caffè è una proprietà che il “sistema moka” acquista quando è debitamente assemblato, caricato con acqua e polvere di caffè e posto sul fuoco. Le proprietà emergenti cambiano cambiando le relazioni tra le parti (vedasi gli stati allotropici del carbonio (diamante, grafite, carbone...) o anche cambiando il numero di elementi presenti nell’insieme di supporto (vedasi l’acqua in un bicchiere e il mare). Qualsiasi oggetto è un sistema in quanto è formato di atomi (parti). Tutte le proprietà degli oggetti sono proprietà emergenti.

Conoscenza: conoscere significa poter fare previsioni con errore noto. Lo scopo della scienza moderna è lo stesso scopo dell’uomo che fa scienza ed è fare previsioni con errore noto. Diciamo di conoscere qualche cosa o qualcuno quando ne possiamo prevedere il comportamento (l’effetto) una volta che siano note le cause. La volontà di ottenere previsioni porta alla formulazione di modelli che consentono di simulare l’evoluzione dei sistemi. Tali modelli si basano sull’isomorfismo tra la realtà e la rappresentazione della realtà. Da qui l’importanza degli isomorfismi che diventano il meccanismo attraverso il quale si ottiene la conoscenza. La validità di una scienza dipende dal suo grado di predittività: la Meteorologia è una scienza, l’astrologia non lo è.

Lo scopo della Scienza: Lo scopo della Scienza è conoscere (fare previsioni con errore noto). Fino a tutto il XIX secolo, mentre la gente comune si preoccupava del proprio futuro e cercava di fare previsioni per la propria vita ed il proprio lavoro, gli scienziati erano impegnati nel ricercare la verità e l’assoluto. Con il XX secolo lo scopo della Scienza torna a coincidere con lo scopo dell’uomo. La scienza oggi persegue l’unificazione delle forze (un altro esempio di unità di trattazione).

Dedico questo lavoro a tutti coloro che mi hanno sostenuto in questo progetto, in particolare a Giordano Bruno, bruciato vivo perché aspirava a conoscere l’Universo, la nostra casa comune.

“La Conoscenza nella Filosofia con i bambini”

1. L'uomo nell'Universo: interno esterno

Interno	Esterno
Insieme	Insieme complementare
Appartenenza	Non appartenenza
Identità, Autocoscienza, Consapevolezza	Fuori dal sé
Cervello	Corpo (*)
Uomo	Universo
Dentro	Fuori
Essere (appartenere)	Non essere (non appartenere)

(*) Il cervello vede il corpo come “esterno” a sé. Infatti, se manca il cibo, il cervello ordina l'autodigestione del corpo. L'ultimo muscolo ad essere autodigerito è il cuore (che pompa il sangue al cervello).

Tabella n. 2

I concetti di interno ed esterno formano una coppia complementare e rispondono ad un criterio assoluto (nel senso che esistono dei criteri non ambigui che consentono di determinare ciò che è interno e ciò che è esterno). Essi sono anche concetti primitivi. Da quando è nato l'Universo, il nostro esterno, la materia si è organizzata in strutture sempre più “grandi” nel numero e nelle dimensioni e sempre più complicate (strutture di strutture di strutture). L'uomo è il risultato di questa evoluzione:

“Lo scimpanzé e l'uomo, la lucertola e il fungo, tutti ci siamo evoluti nel corso di più di due miliardi di anni grazie a un processo conosciuto come selezione naturale...La teoria darwiniana dell'evoluzione per selezione naturale è soddisfacente perché ci mostra come la semplicità ha potuto trasformarsi in complessità, come atomi disordinati hanno potuto organizzarsi a formare schemi sempre più complessi, fino a creare esseri umani”[3].

Dalla comparsa della vita sulla terra, volendo trovare uno scopo ed un criterio nell'evoluzione, lo scopo è la trasmissione dei caratteri genetici mentre il criterio è l'adattamento all'ambiente esterno: sopravvive chi è più adatto e trasmette la capacità di adattamento ai suoi discendenti. L'evoluzione dei viventi avviene attraverso due meccanismi: mutazione (causata anche dalle radiazioni ionizzanti) e l'adattamento. Dobbiamo considerare anche gli eventi traumatici quali la caduta del meteorite che determinò la scomparsa dei dinosauri favorendo l'evoluzione dei mammiferi. Gli elementi sono i “mattoni” che costituiscono tutti gli oggetti presenti nell'Universo, compreso il cervello. Osservando la figura 1, retrocedendo nel tempo, vediamo che l'uomo, gli animali e le piante non sono sempre esistiti. La figura 1 ripercorre le tappe salienti dell'evoluzione, dall'aggregazione della materia in avanti, e mostra come dall'aggregazione di particelle elementari, si passi alla formazione di sistemi che espongono “proprietà emergenti” sempre più sofisticate. L'accento deve essere posto sulle relazioni. Il Big Bang è il momento della Creazione (nel senso

che l'Universo prima non c'era e dopo c'è). Le prime "cose" che compaiono nell'Universo sono lo spazio-tempo e la materia. All'inflazione, segue il raffreddamento che consente l'aggregazione della materia. I primi elementi si sono formati solo circa centomila anni dopo il Big Bang. Facciamo un salto di 10 miliardi di anni. Nasce il Sistema Solare e, di seguito, la Terra (che oggi ha 4.5 miliardi di anni). Circa due miliardi di anni fa compaiono le prime forme di vita (protocarioti) che evolvono fino alla specie Homo Neanderthal, comparso circa 350.000 anni fa, seguito da Homo Sapiens, 40.000 mila anni fa, e oggi dall' Homo Sapiens Sapiens (noi) [4]. La materia, aggregandosi, ha acquistato nuove proprietà (le "proprietà emergenti") sempre più lontane e diverse da quelle delle particelle elementari che la costituiscono. Il cervello è un prodotto dell'evoluzione naturale. Esso non si è evoluto in base a concetti astratti ma secondo le esigenze dell'adattamento. Il cervello è un sistema costituito da "86 miliardi di neuroni e di un numero equivalente di cellule di sostegno" in relazione tra loro.[5] Il Sé, il pensiero, la capacità di conoscere, di elaborare emozioni e sentimenti sono tutte "proprietà emergenti" del sistema cervello. L'immagine che segue riassume il processo dell'evoluzione.

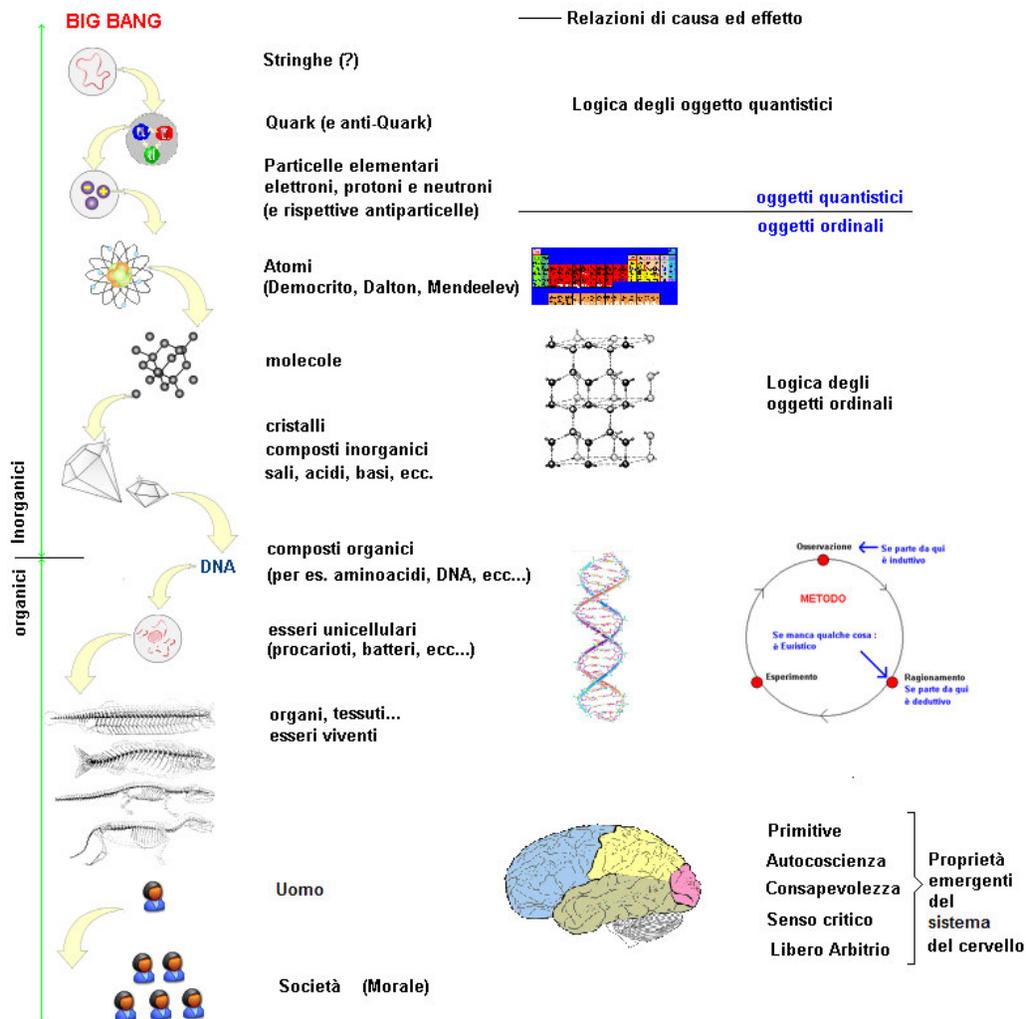


Fig.1

E'importante partire dalla nascita dell'Universo perché i principi della Logica sono il riflesso delle proprietà degli oggetti ordinali e tali oggetti esistono da 14 miliardi di anni. Questo significa che la Logica esiste da sempre e tutto ciò che abbiamo attorno, e noi stessi, è conformato su di essa. La Logica è quindi esterna, precedente ed al di sopra di qualsiasi teoria.

L'uomo è un sistema fatto di parti in relazione tra loro, ogni parte è a sua volta un sotto sistema che è costituito da altri sotto sistemi, ancora più piccoli, sempre in relazione fra loro. Alla fine si ritrovano gli atomi e le particelle elementari. Ogni sistema espone delle proprietà che dipendono dalla sua struttura in modo tale che, guardando un uomo, non possiamo capire come funziona un atomo, e guardando un atomo, non possiamo capire come funziona un uomo. Il "sistema uomo" è il risultato della composizione di una quantità di sotto sistemi annidati uno nell'altro, come una matryoska. Per quello che riguarda il cervello, si sono formate dapprima le strutture situate lungo la linea mediana dell'encefalo: esse sono chiamate sistema Rettiliano. La loro origine ancestrale si rivela sia attraverso la loro disposizione anatomica sia per il mantenimento del loro influsso nello sviluppo ontogenetico e filogenetico sui sistemi funzionali che si sono sviluppati evolutivamente più tardi [6]. L'attività espressa da queste antiche strutture cerebrali viene chiamata "processo primario" in quanto costituisce un'attività neurale di base che istruisce i "processi secondari", effetti dei primi apprendimenti causati dal contatto con l'ambiente con cui il soggetto interagisce dalla nascita. Queste antiche strutture generano le emozioni. Esse sono costituite dal mesencefalo che si trova nella regione nota come grigio periaqueduttale, dall'ipotalamo, dal talamo mediale e sono connesse alle regioni cerebrali superiori chiamate sistema libico. Il sistema libico, paleomammalian, si è sviluppato nei mammiferi e raccoglie le regioni cerebrali superiori che includono l'amigdala, i gangli della base, la corteccia cingolata, la corteccia insulare, l'ippocampo e le regioni settali oltre alle varie regioni corticali frontali mediali e ventrali del prosencefalo che regolano, a livello superiore, la reattività emotiva. I processi secondari sono codificati da queste ultime strutture diverse e più recenti rispetto a quelle dei processi primari. Ancora seguendo l'evoluzione, su queste regioni si è sviluppato il sistema cerebrale neomammalian che elabora i processi terziari. Essi rappresentano l'evoluzione più sofisticata della neocorteccia che si esprime con le funzioni cognitive e riflessive che comprendono anche l'elaborazione dei sentimenti [7]. Ciò avviene, in particolar modo, nella specie umana. Si deve al neuroscienziato Paul D. McLean la teoria evolutiva del cervello "Trino" [6] che ipotizza come la costruzione della struttura del cervello sia la risultante di tre cervelli sovrapposti uno all'altro nel corso dell'evoluzione: il cervello relativo al complesso rettiliano, sul quale si è costruito il sistema limbico o paleomammalian e su quest'ultimo la neocorteccia, o neomammalian. Si tratta, come la chiama Jakk Panksepp, di una vera "archeologia della mente" [7]. Panksepp ha studiato il comportamento animale e ha scoperto che le antiche regioni sottocorticali del cervello dei mammiferi contengono almeno 7 sistemi affettivi di base

chiamati: Ricerca (attesa), Paura (ansia), Collera (rabbia), Desiderio Sessuale (eccitazione sessuale), Cura, Panico/Sofferenza (tristezza), Gioco (gioia sociale) [7].

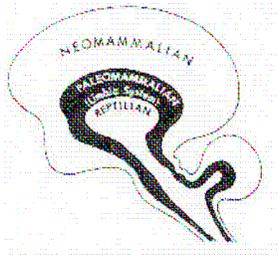


Fig.2 courtesy Paul D. McLean

Abbiamo detto che ogni struttura espone “proprietà emergenti” per cui, alla fine, pur essendo tutti fatti di particelle elementari, esprimiamo qualità quali la capacità di conoscere, l’autocoscienza, la consapevolezza, il senso critico ed il libero arbitrio. In questo accrescimento di sistemi non contano solo le relazioni: anche il numero di elementi ha la sua importanza. L’acqua che riempie un bicchiere o che forma un mare è sempre la stessa ma un bicchiere d’acqua ed il mare “espongono” proprietà ben diverse.

2. La Teoria degli Insiemi

La Teoria degli Insiemi nasce ad opera di Cantor nel 1876 che, in realtà, aveva uno scopo del tutto diverso. Successivamente sarà assiomaticizzata da Zermelo e quindi riformalizzata almeno altre due volte. La Teoria degli Insiemi tratta: gli elementi, gli insiemi, le relazioni tra elementi, le strutture (insiemi di relazioni) e le relazioni fra le strutture (morfismi) fino agli isomorfismi. Il gruppo di studiosi francesi, riunitosi sotto l’eteronimo di Nicolas Bourbaki, ha il merito di aver fondato la Matematica sulla Teoria degli Insiemi dando rilievo al concetto primitivo di insieme e alla proprietà (o relazione) primitiva di appartenenza. Con il contributo di questi studiosi, la Matematica non viene fondata su assiomi di tipo “matematico” ma su un concetto e da una proprietà che sono innati negli animali prima ancora che nell’uomo. Il titolo della serie di volumi scritti dal gruppo Bourbaki è “Elements de mathematiques” e in essi vengono passate in rassegna tutte le conoscenze matematiche [8]. L’opera di assiomaticizzazione (operazione tramite la quale si stabiliscono gli assiomi da cui procedere per deduzione) è durata dal 1939 al 1983 (con oltre trenta volumi pubblicati). Dell’intero progetto è stata pubblicata solo la parte prima: “Les structures fondamentales de l’analyse” che comprende una mezza dozzina di sottotitoli. Il Gruppo ha aderito al metodo assiomatico in una forma astratta e generale che ricalca la struttura logica delle strutture [9]. E’utile fare una breve digressione per riportare il significato etimologico della parola

matematica: la radice è variamente sviluppata, con il duplice senso di misurare e pensare. Dal sanscrito mati (pensiero) matra (misura). Dal greco mathema (scienza, conoscenza, apprendimento, dimostrazione). Altri pensano ad una radice math (sanscrito, mathati) da cui il senso di investigare, imparare. L'origine del termine risale al vocabolo egizio maat, la cui rappresentazione è un rettangolo da cui sorge la testa piumata della dea egizia Maat, figlia di Ra, che personifica l'ordine, la verità e la giustizia. Nemmeno Ra, padre di tutti gli dei, può operare in assenza di Maat.

La Matematica è una scienza deduttiva. Ma da dove si comincia a dedurre? Ciò ha costretto i matematici a risalire fino al concetto primitivo di insieme e alla proprietà o relazione primitiva di appartenenza dalle quali discende per “deduzione” tutto il resto. La Logica ha permesso di eseguire questo percorso “all’indietro”.

“Il concetto di *insieme* è un concetto primitivo, e così pure la proprietà di appartenenza ad un insieme, cioè la proprietà di *essere un elemento* di un insieme: i numeri interi positivi,..le dita della mano di Caio, i biscotti nel sacchetto, i nuclei atomici ordinati nella tabella periodica degli elementi, etc. sono esempi di insiemi”[10].

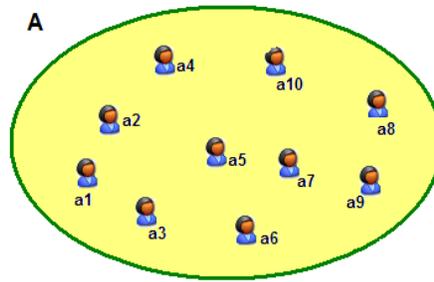
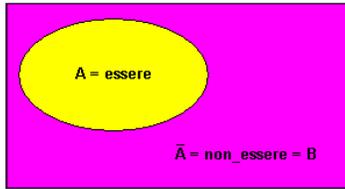


Fig. 3 Rappresentazione di un insieme con il diagramma di Venn. L'insieme si rappresenta con una lettera maiuscola mentre i suoi elementi si identificano con lettere minuscole.

Il concetto di insieme rende conto della capacità di raggruppare in un contenitore degli elementi e la proprietà primitiva di appartenenza stabilisce il criterio per riconoscere cosa deve essere messo nell'insieme. Il corpo è “mio”: io sento dolore quando un sasso mi cade sul piede o piacere quando soddisfo i miei bisogni. Non c'è identità senza appartenenza. Il concetto di insieme e la proprietà di appartenenza sono già “scritte” nel nostro cervello alla nascita: sono primitive che l'uomo ha ereditato dagli animali per via evolutiva. Sono primitivi anche il concetto di singolo, di coppia, i criteri spaziali ed altro ancora. Un'analisi più accurata mostra che tutte le primitive sono riconducibili alla coppia (interno, esterno).



Rappresentazione dell'Insieme A e del suo complementare. Il riconoscimento di A e non_A si deve a Parmenide Fig.4

L'identità è il senso di appartenere a sé stessi. Da qui emerge anche una definizione del Sé: l'insieme delle percezioni e dei pensieri che percepiamo come "nostri". Nella figura 4 il rettangolo rosa rappresenta l'Universo nel quale è rappresentato, in giallo, l'insieme A. Il contorno che limita l'insieme A (e che appartiene ad A) determina il confine tra ciò che è dentro all'insieme (interno all'insieme, appartenente all'insieme) e ciò che è fuori (l'esterno, ciò che non appartiene). Tutto ciò che non appartiene ad A appartiene al suo complementare (la A sopra segnata rappresenta l'insieme complementare di A). All'esterno di A c'è tutto ciò che non è A. Parmenide (nato ad Elea nel 515-520 a.C.) osserva :

“Se di una qualsiasi cosa si dice o si pensa che “è”, di ciò che è diverso o opposto ad essa si dovrà dire o pensare che “non è” ” [11].

A parte l'uso della parola “opposto”, la definizione del non_essere di Parmenide coincide con la definizione di complementare. Parmenide ha formalizzato i due principi della logica: il Principio di Identità e il Principio di non Contraddizione. Zenone di Elea, suo discepolo, ha enunciato il Teorema del Terzo escluso che è il Principio di non Contraddizione espresso in forma diversa. Se ai principi di Parmenide aggiungiamo le condizioni di esistenza (la condizione necessaria, sufficiente e necessaria e sufficiente) otteniamo la Logica attuale. Il concetto di singolo riconduce al Principio di Identità. La complementarietà, invece, porta al Teorema del Terzo escluso di Zenone: un elemento non può appartenere contemporaneamente all'interno ed all'esterno, all'insieme ed al suo complementare, un oggetto o è qui o è là, non è ammessa una “terza via”. Le condizioni di esistenza si devono a Gottfried Wilhelm Leibniz (Lipsia, 1646) che a sua volta le attribuisce ad Archimede di Siracusa. Leibniz è conosciuto come filosofo (le monadi) quando, in realtà, è stato l'inventore del calcolo differenziale nella forma in cui viene insegnato ancora oggi nelle Università di tutto il mondo. La Teoria degli Insiemi è studiata solo dagli specialisti. Ciò avviene perché, se la si studia nei manuali di Matematica, risulta essere noiosa e poco coinvolgente. In effetti, ai matematici, le primitive interessano in modo marginale: una volta stabilito che il concetto di insieme e la proprietà di appartenenza sono primitivi finisce là. In realtà, lo studio delle primitive è fondamentale almeno in quattro ambiti: l'educazione prescolare e primaria, la psicologia, la filosofia e le neuroscienze. Nell'educazione è importante perché la consapevolezza delle primitive coincide con la

consapevolezza degli strumenti cognitivi che utilizziamo nella vita quotidiana; nelle neuroscienze perché le primitive sono nozioni e abilità innate e chi studia il cervello non può trascurare questo aspetto; nella psicologia e nella filosofia perché ormai queste discipline sconfinano sia nell'educazione che nelle neuroscienze. Per facilitare l'apprendimento della Teoria degli Insiemi è stata formulata la Teoria Ordinale degli Insiemi che è l'unica "teoria" veramente intuitiva in quanto tratta esplicitamente quello che già sappiamo. Lo scopo della Teoria Ordinale degli insiemi è la generazione di un sottoinsieme dei numeri naturali a partire da insiemi ordinali (scatole) di oggetti ordinali (biglie, dadi, gicattolini,...) tra i quali si stabiliscono solo relazioni fisicamente realizzabili. In pratica, si tratta di giocare (nel vero senso della parola) riempiendo delle scatole con degli oggetti e stabilendo relazioni legando questi oggetti, uno all'altro, con dei nastri. Questo gioco è adatto ai bambini a partire dai 3 anni ed è molto utile anche agli adulti.

3. La materia è ordinale

Gli enti ordinali sono ponderabili e devono anche essere fisicamente presenti. L'essere umano è un sistema ordinale. Il pensiero è l'attività del cervello e la mente è una proprietà emergente del cervello. Cosa fa la mente? La mente pensa e non smette mai di pensare. Come pensa la mente? La mente stabilisce relazioni. In qualsiasi modo? No, in modo logico (anche se non sempre in modo corretto). Che cosa è la Logica? La Logica è la scienza che studia le relazioni e ricava nuove relazioni da relazioni note. I Principi della Logica sono il Principio di Identità e il Principio di non Contraddizione, a cui si aggiungono le condizioni di esistenza. Che cosa viene messo in relazione? Il contenuto della memoria ovvero i ricordi. La mente opera solo ed esclusivamente sul contenuto della memoria. Gli animali usano la stessa Logica che usa l'uomo ma si dovrebbe dire che l'uomo usa la stessa Logica degli animali. Gli oggetti ordinali hanno due proprietà:

Lo stesso oggetto non può occupare posti diversi nello stesso tempo.	Principio di non contraddizione (un oggetto o è qui o è là).
Due oggetti non possono occupare lo stesso spazio nello stesso tempo.	Principio di identità. In un certo posto, in un certo istante, si può trovare solo un oggetto che, quindi, è identico solo a sé stesso.

Tabella 2

Il concetto primitivo di insieme è un mezzo molto potente per realizzare economia di pensiero necessaria al cervello per continuare ad evolversi. Un insieme, pur contenendo una molteplicità di elementi, viene trattato come un oggetto singolo. Per esempio, un gregge, un insieme di capre, è "un" gregge. Pensiamo a quanto sarebbe più complicata la vita del pastore se non disponesse del concetto di gregge. Per esempio non potrebbe dire "porto il gregge al pascolo" ma dovrebbe dire "porto capra, capra, capra, capra, capra, capra, capra, capra, (146 volte) al pascolo". I termini

“classe”, “città”, “paese”, “nazione” sono nomi che rappresentano moltitudini. Per la Teoria degli Insiemi sono dei cardinali (nomi di molteplicità). I sostantivi “gente” o “pubblico” sono singolari ma rappresentano molteplicità.

Il cervello e la mente (il sé) coesistono nello stesso spazio fisico. Il Sé coincide con la mente e la mente è una delle proprietà emergenti del cervello. Le neuroscienze partono da “Sento, dunque sono” (Jakk Panksepp) [7] e ci presentano l’ipotesi di un Sé nucleare (core self), definito dal premio nobel Gerald Edelman “centro dinamico”, incarnato, in grado di esprimersi attraverso delle rappresentazioni neuronali. Esso viene definito come una presenza unificante di un organismo attivo che sperimenta diversi processi primari affettivi e sentimenti emotivi. Questa sperimentazione viene rappresentata in modo primordiale dal corpo viscerale incorporato nel cervello. A partire da qui emerge l’apparato mentale superiore. Il Sé, secondo queste teorie, può essere considerato una funzione cerebrale universale. Lo stesso Damasio esprime nei termini seguenti la proprietà di appartenenza senza la quale non vi può essere identità.

“La coscienza inizia quando il cervello acquisisce il potere – il semplice potere va aggiunto – di raccontare una storia senza parole che si svolge entro i confini di un corpo, la storia della vita che scandisce il tempo in un organismo e degli stati dell’organismo vivente...la coscienza emerge quando questa storia primordiale...può essere raccontata usando il vocabolario universale dei segnali corporei non verbali. Il Sé apparente emerge come sentimento di un sentimento...quando la storia viene raccontata per la prima volta...la conoscenza che l’organismo sta vivendo emerge automaticamente in risposta a una domanda mai posta. Da quel momento, comincia il nostro conoscere...la coscienza inizia quando la natura inventa un proprietario” [12].

4. La conoscenza procede per isomorfismi: dalla materia ordinale alla rappresentazione cardinale

Lo spazio in cui ci muoviamo è detto “spazio ordinario” e lo descriviamo con le regole della geometria euclidea. Lo “spazio euclideo” è il modello astratto che utilizziamo per rappresentare lo spazio ordinario. Tutto passa attraverso la rappresentazione perché, nella nostra testa, ci possono essere solo rappresentazioni. Ma come deve essere questa rappresentazione per produrre conoscenza?

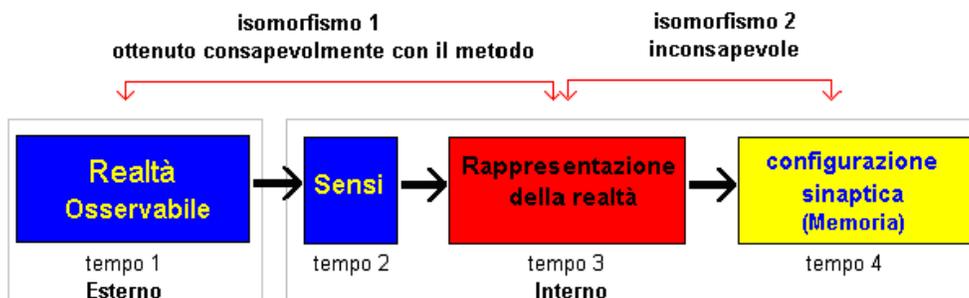


Fig. 5 courtesy Mario Bon

La cardinalità è la prima forma di astrazione. La rappresentazione della realtà è sempre astratta e utilizza simboli il cui significato è stabilito attraverso isomorfismi (per esempio con il linguaggio e la scrittura, i numeri, ecc.). Vediamo ora i passaggi storici che conducono a comprendere il processo della conoscenza. La proprietà di appartenenza, le relazioni, le strutture, i sistemi, le proprietà emergenti, la previsione, la decisione, fino agli isomorfismi sono presenti in letteratura in modo inorganico e scollegato, o solo a livello di ipotesi. Manca la visione di insieme che fornisce la Teoria degli Insiemi. La prima ipotesi sul funzionamento del cervello si deve a Democrito (460 a.C). Egli fu oscurato per migliaia di anni dai sostenitori delle correnti di pensiero idealiste. Le sue intuizioni furono rivalutate nei secoli XVI e XVII, fino a Dalton (1808) che recuperò l'ipotesi atomista restituendo a Democrito il ruolo che merita nella storia della scienza. L'atomismo di Democrito introduce la distinzione fra il suddividere matematico (metodo, modello, rappresentazione) e il suddividere fisico e con ciò egli dimostra di aver compreso la distinzione tra la realtà e la rappresentazione della realtà, già più di 2400 anni fa. Tuttavia, gran parte del pensiero filosofico prodotto in questi due mila anni ha seguito le correnti idealiste rendendosi responsabile di un grave ritardo nella comprensione dei fenomeni naturali. Geymonat ha evidenziato come Democrito avesse ben inteso alcuni importanti concetti fisici scrivendo quanto segue :

“ Gli atomi sono qualcosa di nuovo rispetto ai punti-unità di Pitagora; questi punti-unità erano infatti dei puri concetti geometrici, mentre gli atomi sono delle nozioni fisiche. E fisico è pure il concetto dello spazio in cui Democrito li considera immersi: esso è il vuoto, cioè il non-essere di Parmenide, interpretato non più come la negazione metafisica di ogni essere, ma come la “mancanza di atomi”, la mancanza cioè di materia” [13].

Democrito non concepisce solo l'atomo ma anche il suo complementare: il vuoto. Gli atomi si muovono nel vuoto. Democrito, assumendo la materia come essere ed il vuoto come suo complementare e quindi “non essere”, si spostò di quel tanto dalla metafisica di Parmenide da non essere compreso. Democrito sostiene che anche il pensiero è costituito da atomi e tutte le interazioni avvengono attraverso urti (come in effetti avviene). Il movimento degli atomi è concepito da Democrito come un loro status naturale che spiega la formazione degli aggregati di atomi, ovvero dei corpi, insieme alle loro proprietà:

“Quando, per esempio, percepisco un corpo con la vista, mi trovo in realtà a venire colpito da un effluvio di atomi che partono da quel corpo giungendo al mio occhio; ciò che esiste è soltanto quest'urto; il colore non è che un effetto secondario dell'urto sul mio organo sensoriale. In altri termini: la forma e la grandezza degli atomi esistono “per natura”, le qualità visive dei corpi esistono “per convenzione”. Altrettanto può venire ripetuto per il gusto, il tatto e l'olfatto. Quanto alla percezioni dei suoni, essa sarebbe provocata dalle vibrazioni dell'aria interposta fra la sorgente sonora e l'orecchio” [13].

N.d.R: sostituendo “effluvio di atomi” con “effluvio di particelle” la descrizione è conforme ai modelli attuali.

Democrito pensava che ad ogni sostanza corrispondesse un atomo (atomi di legno, di foglia, di pietra, di acqua, di fuoco,..anche atomi di pensiero). Non si sbagliava di molto: gli elementi naturali

sono 92, dall'idrogeno all'uranio, oltre il 92° sono artificiali. Democrito ipotizza un atomo per ogni sostanza, il vuoto e la trasmissione dell'interazione per urti: è il più moderno degli "scienziati" antichi.

Tavola Periodica degli Elementi di Mendeleev.

Fig.6

Zenone (da non confondere con Zenone di Elea) fondò la Scuola Antica di Stoa (il cui terzo maestro fu Crisippo) ed elaborò una teoria della conoscenza sensista a partire dalla percezione sensibile osservando come essa fosse un'affezione dei nostri organi di senso provocata da un movimento proveniente dall'esterno. Per la legge di causa ed effetto esso produce l'immagine dell'oggetto che colpisce la nostra retina dice Zenone e chiamò codesta immagine *phantasia* intendendo con ciò l'immagine percettiva accolta nella coscienza che rende manifesta sé stessa e il suo contenuto. Zenone definì la *phantasia* come "l'impronta lasciata nell'organo centrale dell'anima [14]. Va notata l'importanza che Zenone dette al criterio della verità relativa all'oggetto conosciuto. Zenone infatti si chiese:

"Che qualità deve avere una *phantasia* per rendere possibile l'apprensione dell'oggetto stesso? E fissò i seguenti punti: anzitutto deve procedere da un oggetto realmente presente, non può quindi essere una visione di sogno o una semplice "immaginazione". Deve altresì mostrare questo oggetto così com'è in realtà. Deve riprodurre esattamente tutte le particolarità dell'oggetto e finalmente deve esser così fatta da escludere ogni confusione con qualsiasi altro oggetto, per quanto simile. A tutti questi requisiti soddisfa solo quella rappresentazione "che procede da un oggetto reale, viene impressa e marcata nell'anima in una forma adeguata ad esso oggetto ed è tale che non potrebbe determinarsi senza la presenza dell'oggetto". Zenone definì tale rappresentazione "catalettica" perché essa rende possibile una *katalepsis*, una effettiva apprensione dell'oggetto" [14].

N.d.R. La rappresentazione catalettica è un isomorfismo

Facendo un salto di due mila anni, Leibniz (1646-1716) rileva la necessità di rintracciare un alfabeto delle nozioni umane tale per cui, combinando le sue lettere ed i suoi vocaboli, permetta di giudicare tutte le cose attraverso l'analisi. Leibniz dice che si deve trattare di un alfabeto di concetti primitivi tramite le cui combinazioni si possano ottenere le proposizioni complesse (sequenze di pensieri condivisi da più persone). Le scienze cognitive hanno chiamato tale linguaggio "mentalese" ossia il linguaggio del pensiero [15]. Leibniz ritiene necessario ipotizzare l'esistenza di una lingua ideografica chiamata "characteristica universalis" che stabilisca una **corrispondenza biunivoca** fra segni e idee semplici e fra segni e idee composte e crede che quando noi pensiamo

mettiamo insieme dei segni dentro la mente e lo facciamo seguendo determinate regole. E' quindi naturale che si esprimesse in questi termini:

“L’arte caratteristica è l’arte di formare e ordinare i simboli (characteres) in modo che esprimano i pensieri e cioè abbiano tra loro la stessa relazione che hanno fra loro i pensieri. Espressione è un aggregato di caratteri rappresentanti la cosa espressa. La legge delle espressioni è la seguente: l’espressione della cosa sia composta dai caratteri di quelle cose dalle cui idee è composta l’idea della cosa da esprimere” [16].

N.d.R. Leibniz parla di corrispondenze biunivoche perché gli isomorfismi ancora non erano stati definiti.

A Leibniz fa seguito Thomas Hobbes (1588-1679) il quale sostiene che “tutto ciò che fa la nostra mente è computare e con ciò intende il concatenare dei simboli seguendo delle regole determinate” [17]. Oggi Hobbes direbbe: “tutto ciò che fa la nostra mente è stabilire relazioni...”

“Quando un uomo ragiona, non fa altro che concepire una somma totale dall’addizione di parti; o concepisce una sottrazione da una somma all’altra; questo, se realizzato con delle parole, equivale a concepire le conseguenze dei nomi di tutte le parti come il nome del tutto; o del nome del tutto e di una parte come il nome di un’altra parte [...] Queste operazioni non riguardano solo i numeri, ma tutte le cose che possono essere sommate o sottratte fra loro. Così, come gli aritmetici ci insegnano ad aggiungere e sottrarre numeri, così i geometri fanno lo stesso con le linee, le figure, i solidi e le superfici [...]. I logici fanno lo stesso con le parole; sommando fra loro dei nomi per costruire un’affermazione e più affermazioni per costruire un sillogismo e molti sillogismi per costruire una dimostrazione” T.Hobbes “Leviatano”, 1651[18].

N.d.R. Hobbes confonde l’operazione di somma con l’operazione di concatenamento ma, almeno euristicamente, non sbaglia di molto.

La mente stabilisce relazioni. Anche la ricerca di Alan Boole (1815-1864) espressa nelle Laws “intende cercare le leggi del pensiero al fine di ricavarne le informazioni e aperture verso la conoscenza della costituzione della mente”. Le leggi del pensiero rifletterebero la struttura della mente e Boole dice:

“Investigare le leggi fondamentali di quelle operazioni della mente mediante le quali si effettua il ragionamento, di dare ad esse espressione nel linguaggio simbolico di un calcolo e di stabilire su questi fondamenti la scienza della logica e costruire i suoi metodi...” [18].

L’autore intende costruire un’algebra del pensiero e si occupa di formalizzare il ragionamento costruendo una forma di meccanizzazione del pensiero. La sua idea è quella di usare lo zero e l’uno come se fossero l’analogo, nel linguaggio, di true (vero) e di false (not true, falso). L’uno corrisponde a true, lo zero corrisponde a false. L’idea di Boole si rivelò completamente sbagliata ma la logica Booleana, per la sua semplicità, fu scelta come linguaggio per i computer. Frege nel 1879 con l’opera “Ideografia, un linguaggio in formule del pensiero puro a imitazione di quello aritmetico” introdusse la “logica predicativa” o logica delle relazioni in cui non vi è solo un soggetto e un complemento, ma ci possono essere più soggetti, più complementi e quindi una

struttura più complicata. Per esempio, la relazione di uguaglianza o disuguaglianza fra numeri coinvolge due numeri e non solo uno, la relazione di maggiore e di minore sono relazioni che ne coinvolgono anche più di due. Seguono gli studi di B. Russell (1872-1970) e David Hilbert (1862-1943) che ha riformalizzato la geometria dopo Euclide). Whitehead (1861-1947) sostiene che tutto il processo della conoscenza sia formalizzabile e meccanizzabile (riconducibile a dimostrazioni sintattiche). Nel 1912 in Germania nasce la psicologia della Gestalt i cui fondatori sono: Max Wertheimer, Wolfgang Kohler e Kurt Koffka. Kohler (1887-1967) che, nel suo libro “Le forme fisiche in riposo e in stato stazionario” del 1920, ipotizza l’approccio fisico ai problemi della fisiologia del sistema nervoso e della psicologia arrivando a formulare il postulato di isomorfismo tra le dinamiche in campo fisico, neurologico e psicologico [20]. Tuttavia, la Gestalt intende l’isomorfismo nel suo significato etimologico (stessa forma) e non come corrispondenza tra sistemi. Va sottolineato quanto segue:

“Una Gestalt (dal tedesco Gestaltpsychologie, psicologia della forma o rappresentazione) o forma, è essenzialmente un insieme strutturato, una totalità le cui parti sono connesse non per semplice giustapposizione o per casuale vicinanza, ma come elementi legati tra di loro da un rapporto intrinseco e significativo, tale che la percezione della totalità è primaria rispetto a quella delle parti e che la condizione di “una parte..è determinata dalle leggi intrinseche proprie della Gestalt stessa” [19].

N.d.R. In sostanza viene data la definizione di sistema come insieme di parti in relazione tra loro.

La Gestalt ipotizza una corrispondenza fra le strutture reali e le strutture neuronali (postulato dell’isomorfismo). In realtà, la conoscenza si realizza attraverso due isomorfismi: il primo tra la realtà e la rappresentazione della realtà (che è consapevole), il secondo tra la rappresentazione della realtà e la configurazione sinaptica nel cervello (che è inconsapevole nel senso che possiamo decidere cosa ricordare ma non possiamo decidere quali connessioni sinaptiche realizzare). Dato che l’isomorfismo è una relazione di equivalenza, che gode della proprietà transitiva, ne segue che la realtà è isomorfa alla configurazione sinaptica (che prova l’ipotesi della Gestalt). Tutto funziona se gli isomorfismi sono stabiliti usando il Metodo: Osservazione, Ragionamento, Esperimento.

Rappresentazione delle mappe neuronali nel topo (da M.B & E.Moser)

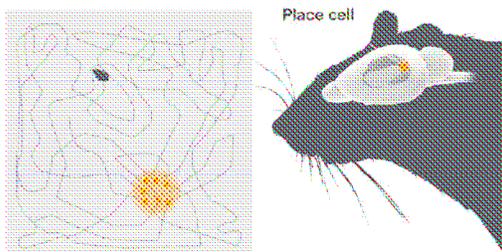


Fig. 7

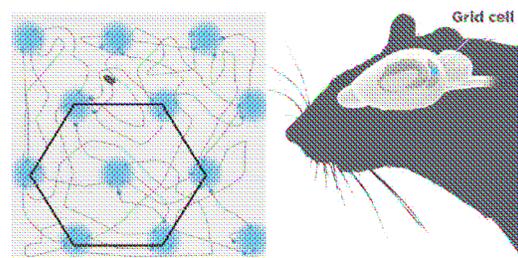


Fig. 8

Generalmente si pensa che il numero, un’idea di aritmetica semplice e una geometria in grado di orientare, siano conoscenze sofisticate tipiche della specie umana. Oggi sappiamo che nel cervello

viene riprodotta una mappa con i limiti dello spazio e la disposizione degli oggetti nello spazio come in una carta geografica (John O' Keefe, May-Britt Moser ed Edvard Moser, Nobel per la medicina 2014). Sono quindi le configurazioni sinaptiche presenti nell'ippocampo che sono responsabili della localizzazione. In pratica la geometria è già presente nel cervello. Le cellule responsabili della localizzazione e della riproduzione mentale dello spazio esterno sono chiamate Place Cells, Grid Cells, Boundary Cells e Head Direction Cells.



Nell'immagine a sinistra un esempio in natura di costruzione di una matrice esagonale realizzata dalle api. Un enorme esagono si trova anche sul polo nord di Saturno.

Fig.9

Attorno agli anni 1920, gli scienziati comportamentisti pensavano che tutto l'apprendimento fosse possibile grazie a condizionamenti prodotti e provenienti dal mondo esterno, mentre gli scienziati cognitivi pensavano che si dovessero studiare gli stati interni, gli stati neuronali e mentali e associare questi stati interni con degli "stati funzionali". Attorno al 1960-70 iniziò ad emergere una certa convergenza circa il funzionamento della mente che coinvolse le concezioni della mente provenienti da branche del sapere molto diverse fra loro: fisica, filosofia, psicologia, neuroscienze, antropologia, linguistica, informatica, sociologia, biologia e matematica. A metà degli anni 1970 la scienza cognitiva emerse come disciplina accademica indipendente. Per le scienze cognitive, lo studio della mente richiede quindi di comprendere le funzioni cognitive che vengono messe in atto indipendentemente dalla fisica che realizza o implementa queste funzioni (Teoria dei Sistemi). Il "sistema uomo" viene spiegato dagli studiosi cognitivi come un sistema dotato di "stati interni" che vengono associati con degli "stati funzionali". Gli "stati funzionali" sono delle regole che permettono di mettere in relazione gli stimoli (input) con gli stati interni e osservare le risposte (uscite) che ne seguono, in questo caso la lettura dei neuroni che scaricando nel cervello costruiscono mappe isomorfe all'ambiente esterno, come ben dimostra l'esempio dei topolini in esplorazione di cui sopra. Viene ipotizzata l'idea che la mente sia un software che "gira" in un hardware costituito dal cervello. Si deve ad Alan Newell e ad Herbert Simon (1976) l'ipotesi del sistema simbolico fisico con cui si sta ipotizzando una visione materialistica della realtà in quanto il cervello fisico pare essere tutto ciò di cui ci sia bisogno per realizzare la struttura astratta. Il cervello va studiato applicando la Teoria dei Sistemi (una branca della matematica) come una scatola dotata di più ingressi e più uscite.

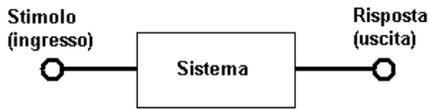


Fig.10 Un sistema rappresentato come blocco funzionale

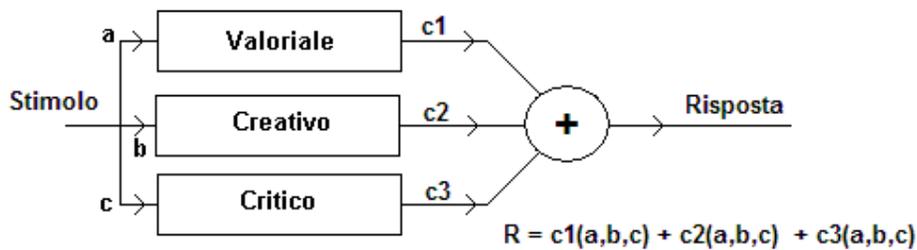
Per esempio, all'ingresso si presenta uno stimolo (la fame) e all'uscita appare la risposta (ossia la previsione: se non mangio muoio) che porta alla decisione di andare al ristorante. Alcune caratteristiche della mente discendono direttamente dalle proprietà dei sistemi. Un sistema fisicamente realizzabile è causale e tempo invariante ovvero rispetta il principio di causa ed effetto e non altera il tempo. Ciò significa che se lo stimolo viene ritardato o anticipato, la risposta anch'essa viene ritardata o anticipata dello stesso intervallo di tempo. Ciò esclude la premonizione. Il cervello viene rappresentato come un insieme di sistemi variamente interconnessi che svolgono funzioni diverse e che espone la mente come "proprietà emergente". Dove sta la mente? Sta nella materia o fuori dalla materia (unione o divisione)? Non nella materia ma nella struttura che è un insieme di relazioni che ha bisogno di un insieme di supporto (la materia) per emergere. La mente non è materia ma è una proprietà che una certa quantità di materia acquisisce quando è organizzata in un certo modo. In sostanza, da un certo punto di vista, si possono considerare il corpo e la mente come un tutto unico, da un altro si può considerare la mente non "separata" ma "diversa" dal corpo. Che la mente sia interna al cervello è una evidenza sperimentale. Il cervello è composto da circa 100 miliardi di neuroni interconnessi tra loro. Per conoscere il cervello è necessario conoscere le sue parti e le relazioni fra queste parti perché sono le relazioni che costituiscono la struttura. Tutto alla fine riporta alla Teoria dei Sistemi ed alla Teoria degli Insiemi: la definizione di insieme di supporto, la definizione di struttura come insieme di relazioni, fino agli isomorfismi. La figura che segue illustra l'isomorfismo tra l'insieme delle case e i numeri naturali (il che consente di contare le case usando i numeri naturali)

<p>Ordinale Cardinale</p> <p>+ → + (Operazione) ∅ → 0 (elemento neutro)</p> <p> 3 + 2 = 5 </p>	<p>L' isomorfismo richiede: la corrispondenza biunivoca tra gli elementi dei due insiemi di supporto, la corrispondenza biunivoca tra le operazioni (strutture), la corrispondenza biunivoca tra i risultati delle operazioni fatte su elementi corrispondenti. L'esempio mostra l'isomorfismo tra l'insieme delle case ed i numeri naturali. Grazie alla corrispondenza tra i risultati delle operazioni possiamo operare con i numeri e riferire il risultato alle case.</p> <p style="text-align: right;">Fig.11</p>
---	--

5. La Teoria degli Insiemi nella Filosofia con i Bambini

Il movimento educativo Philosophy for Children [2] ha prodotto un'abbondante letteratura. Il metodo Lipman in particolare fornisce agli insegnanti una serie di racconti e manuali utili a preparare le sessioni di filosofia con i bambini. Ci si potrebbe allora chiedere quale sia la necessità di conoscere la Teoria degli Insiemi nella filosofia con i bambini. A prescindere dal fatto che la conoscenza della Teoria degli Insiemi è necessaria in ogni ambito, ritengo che tale necessità sia impellente per le conseguenze che tale conoscenza comporta. Si stabilisce, infatti, un isomorfismo solo distinguendo la realtà dalla sua rappresentazione ed imparando ad analizzare la realtà distinguendone l'insieme di supporto e le relazioni tra le parti (usando il Metodo). Con il sistema isomorfo (il modello) si potranno eseguire le simulazioni che forniranno le previsioni richieste. Conoscere significa poter prevedere con errore noto. Come effetto collaterale diviene anche coerente e comprensibile il processo dell'evoluzione della vita e con esso dell'evoluzione del cervello. Circa il rapporto tra il soggetto e l'oggetto, il conoscente e il conosciuto, il percipiente e il percepito sono stati scritti molti libri. La distinzione fra osservabile, osservatore e osservato era implicitamente presente in Parmenide che ha sostenuto che "i sensi sono illusori e le sensazioni fallaci". Il Principio di Identità, implicitamente, attribuisce un ruolo all'osservatore. Si deve però ad Einstein l'aver inserito esplicitamente l'osservatore rappresentato fisicamente ancorato ad ogni sistema di riferimento. La Meccanica Quantistica ha fatto chiarezza distinguendo l'osservabile, l'osservatore e l'osservato. Essa attribuisce un ruolo essenziale all'osservatore, non per il solo fatto di osservare, ma perché, con la sola presenza, altera lo stato dei sistemi osservati. In sostanza, l'osservatore, con la sua presenza, determina lo stato dell'osservato. Anche il facilitatore, con la sua presenza, altera le dinamiche di gruppo nella comunità di ricerca. Inoltre, la comprensione della differenza tra un oggetto ordinale ed un ente o concetto astratto (la cardinalità) è un altro passaggio necessario per comprendere la differenza tra la realtà e la sua rappresentazione. Durante una sessione di facilitazione, ho mostrato una noce alla comunità di ricerca chiedendo di dirmi se si trattasse di un oggetto o di un'immagine. Un collega ha detto: "Non capisco, perché ci chiedi che cos'è una noce". Presentando degli oggetti ordinali avevo proprio lo scopo di fare comprendere la differenza fra un oggetto ordinale (fisicamente presente) e la sua rappresentazione mentale che è un ente astratto. È importante aiutare il bambino a comprendere di essere un "oggetto ordinale" con le qualità di un oggetto ordinale, sottoposto alle leggi fisiche degli oggetti ordinali. È importante aiutare il bambino e l'adulto a comprendere, la proprietà di appartenenza, il Principio di Identità e il Principio di non Contraddizione, favorendo la consapevolezza di appartenere a sé stessi. Con tale consapevolezza l'individuo comprende di essere unico e irripetibile e pertanto portatore di valore. Questa consapevolezza aiuta l'individuo ad assumere la responsabilità della propria vita. Ciò

contribuisce a porre ordine alle proprie idee e a capire la nostra origine comune e la nostra storia evolutiva. La filosofia per i bambini attiva i processi di pensiero e grazie alla loro osservazione promuove la consapevolezza. La narrazione, utilizzata con il “testo pretesto” rappresentato dal racconto e la comunità di ricerca, luogo di condivisione con altri bambini, offre al bambino la possibilità di fare esperienza, di osservarla e di parlarne. Questo contesto può rappresentare il luogo ove cercare risposte a domande che partendo dalla lettura di un racconto giungono ad abbracciare le esperienze di vita in cui è immerso quotidianamente il bambino. L’intento originale di Lipman nel suo testo “Thinking in Education” era quello di sviluppare un programma finalizzato ad incrementare le abilità di pensiero, in particolare la Logica, avendo osservato come i suoi studenti universitari fossero carenti nel praticarla. Sapere da dove viene la Logica aiuta. Negli anni a seguire, anche grazie al lavoro della sua collaboratrice Ann Margaret Sharp, Lipman propose di inserire la Philosophy for Children a partire dalla scuola dell’infanzia, ampliando il concetto delle abilità di pensiero (“thinking skills”) fino a riformularlo nella tripartizione di pensiero creativo, valoriale e critico. I recenti studi sul cervello e sulle origine neuroevolutive delle emozioni umane sostengono che il “CervelloMente” sia da studiare come un’archeologia costituita da sottosistemi frutto dell’evoluzione. La scoperta della stratificazione delle diverse componenti del cervello, evolute in tempi diversi, ha confermato la differenziazione degli elaborati prodotti dal cervello dai diversi sistemi corticali.

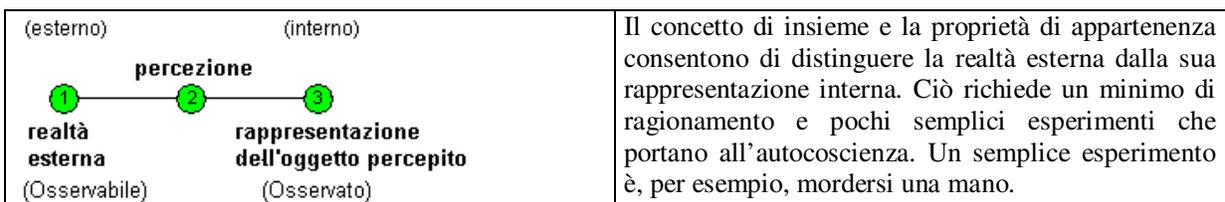


Una possibile schematizzazione dell’elaborazione del pensiero

Fig 12

Il pensiero quindi, a seconda della valenza soggettivamente prevalente, può diventare pensiero valoriale, creativo o critico (o una combinazione di essi). Il pensiero valoriale e creativo viene elaborato primariamente dai sistemi sottocorticali sotto forma di “affetti grezzi” prima e qualità (qualità) poi dal sistema limbico, mentre il pensiero critico viene elaborato dai sistemi corticali, dalla corteccia cerebrale pre-frontale che rappresenta una recente acquisizione dal punto di vista evolutivo e giunge a maturazione verso i 20/30 anni. La consapevolezza delle primitive, patrimonio di ogni uomo, il concetto di insieme e la proprietà di appartenenza facilitano il riconoscimento del proprio mondo interno e del suo osservatore (il Sé), incoraggiano il bambino a maturare un senso critico e promuovono autonomia e libertà di azione. I bambini che hanno la possibilità di riflettere sulla propria esperienza attraverso la verbalizzazione delle proprie emozioni, sentimenti e pensieri

sono bambini più equilibrati, sereni e creativi. La consapevolezza è un foro, il luogo per l'attenzione dice Ray Jackendoff [20] e quando i pensieri sono sottoposti all'attenzione sono conosciuti, diventano suscettibili di ulteriore elaborazione. Quando i pensieri sono coscienti possono essere sottoposti alla riflessione e all'introspezione. La riflessione e l'introspezione operano su pensieri, idee e immagini che sono divenute coscienti. Oltre al concetto di insieme e alla proprietà di appartenenza è importante che i bambini diventino consapevoli del metodo grazie al quale si conosce. Esso è costituito da tre fasi: osservazione, ragionamento ed esperimento ripetute ciclicamente. Anche gli animali applicano questo metodo (anche gli animali come i serpenti e le salamandre che non hanno tutti i sensi ugualmente sviluppati). L'osservazione è, in generale, una misura che trasforma l'osservabile, la realtà esterna, in osservato, ossia la rappresentazione interna della realtà esterna. L'osservato è una rappresentazione dell'osservabile, è l'osservabile come appare all'osservatore. Il ragionamento, nell'uomo, è di quattro tipi (induttivo, deduttivo, euristico ed euristico non validato). In generale, possiamo definire il ragionamento come l'azione che segue l'osservazione e precede l'esperimento. In questo modo, il ragionamento può essere una azione istintiva, meccanica o chimica e l'applicazione del Metodo si estende a tutti i viventi. L'esperimento è la validazione del ragionamento attraverso la riproduzione dell'osservato. L'esperimento produce un nuovo osservabile ed il ciclo riprende con una nuova osservazione fino a stabilire l'isomorfismo cercato. Un fenomeno è conosciuto quando ne possiamo prevedere gli effetti con errore noto. Se togliamo dal metodo il ragionamento e l'esperimento, resta solo l'osservazione, ossia vengono a mancare gli strumenti che consentono di distinguere l'osservabile dall'osservato, ovvero la realtà esterna dalla sua rappresentazione interna. In assenza di un criterio per distinguerli, osservabile ed osservato restano indistinti e appaiono coincidenti. La non distinzione dell'osservabile dall'osservato, il prima dal dopo, impedisce di distinguere la causa dall'effetto. Il Metodo fissa una serie di regole e di comportamenti da seguire nello svolgimento di un processo finalizzato al conseguimento del fine. L'ordine delle operazioni descritte dal Metodo rispetta la Logica, un prima e un dopo, la causa e l'effetto. Il Metodo è stato formalizzato da Galileo Galilei (1564–1642) e successivamente è stato sintetizzato in Osservazione, Ragionamento, Esperimento. Il Metodo (o Metodo Scientifico) è la formalizzazione di ciò che si osserva in natura nel comportamento di tutti i viventi. Lo scopo è diventare consapevoli del Metodo e la Scienza lo usa in modo consapevole.



<p>(interno = esterno)</p>  <p>l'oggetto della conoscenza coincide con la conoscenza dell'oggetto</p>	<p>Senza il ragionamento e l'esperimento non c'è modo di distinguere l'oggetto reale dalla sua rappresentazione. In sostanza non si riconosce la realtà come esterna all'individuo.</p> <p>Mancano i presupposti per l'autocoscienza che è la condizione necessaria per ottenere la consapevolezza.</p> <p style="text-align: right;">Fig.13</p>
---	--

Il “costrutto dell’esperienza” e della “continuità dell’esperienza”[21] su cui si fonda la proposta educativa di Dewey richiama l’attenzione proprio sull’importanza di fare esperienza e di osservare poi l’esperienza tramite il ragionamento. “L’andare alla ribalta” [21] sottolinea la necessità di vivere in prima persona l’esperienza e, grazie al ragionamento, restituirla come frutto di un nuovo apprendimento.

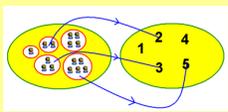


La P4C può e deve promuovere la consapevolezza delle Primitive, della Logica, del Metodo oltre alla Teoria degli Insiemi su cui si fonda il processo della conoscenza. Tale consapevolezza è volta anche al conseguimento dell’economia di pensiero attraverso l’unità di trattazione, di cui il cervello, e quindi l’uomo, ha bisogno per poter progredire.

Appendice 1

Strutture e Isomorfismi

I primi riferimenti al concetto di insieme risalgono alla scuola di Stoa nel III secolo a.C. La prima Teoria degli Insiemi (“teoria ingenua degli insiemi”) fu elaborata da Georg Cantor tra il 1874 ed il 1884. **La caratteristica dell’insiemistica è il rigore.** Malgrado ciò l’insiemistica è l’unica branca della scienza che possa essere definita “intuitiva” se non addirittura “istintiva”. In questa tesina vengono richiamati i concetti di insieme, relazione, struttura ed isomorfismo. Per comodità ne riportiamo qui di seguito le definizioni:

Insieme	Il concetto di insieme è primitivo ed intuitivo. Si pensi ad un contenitore.
Appartenenza	La proprietà di appartenenza è primitiva. Un ente “appartiene” ad un insieme se soddisfa la “proprietà di appartenenza”. Prima si definisce la proprietà di appartenenza e poi si può stabilire se un ente rispetta tale proprietà e “appartiene” all’insieme.
Cardinale	(di un insieme) rappresenta la molteplicità dei suoi elementi (detto anche potenza). La cardinalità è la prima forma di astrazione.
Relazione	 <p>E’ un qualsiasi tipo di legame (legge, corrispondenza, funzione...). Per esempio “essere figlio di...”, “essere sposato a...”, “essere interno a...”, ecc. . Una relazione può essere univoca o biunivoca.</p> <p>Una relazione si dice “di equivalenza” se gode delle proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva. La relazione “essere unito a...” è una relazione di equivalenza.</p> <p>Una relazione si dice “d’ordine” se gode delle proprietà riflessiva, antisimmetrica e transitiva. La relazione “essere interno a...” è una relazione d’ordine.</p>
Operazione	E’ una relazione tra elementi dello stesso insieme
Struttura	E’ l’insieme delle relazioni definite tra elementi appartenenti allo stesso insieme (quindi un insieme di relazioni o operazioni). Le strutture hanno dei nomi: magma, monoide, gruppoide, gruppo, gruppo abeliano, spazio vettoriale lineare, ecc.
Sistema	Un insieme dotato di struttura (un insieme di parti in relazione tra loro)
Morfismo	è una generica relazione tra strutture.

Relazioni, strutture (insieme di relazioni) e morfismi (relazioni tra insiemi di relazioni) rappresentano livelli di astrazione crescente. Quando paghiamo in contanti alla cassa del supermercato stiamo elaborando operazioni superiori terzo livello di astrazione.

Quando sussistono delle relazioni tra gli elementi di uno stesso insieme, si dice che l’insieme è dotato di struttura. L’insieme viene allora detto “**insieme di supporto**”. Questo per mettere in evidenza che la struttura è più importante della particolare natura degli elementi che compongono l’insieme

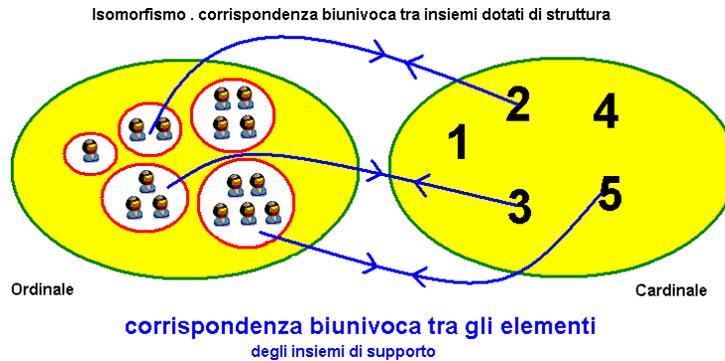
Definizione di isomorfismo

L’isomorfismo è una particolare relazione tra sistemi. Due sistemi si dicono isomorfi quando:

- sussiste una corrispondenza biunivoca tra gli elementi dei due insiemi di supporto
- sussiste una corrispondenza biunivoca tra le strutture definite sui due insiemi
- sussiste una corrispondenza biunivoca tra i risultati di operazioni corrispondenti eseguite su elementi corrispondenti appartenenti ai due insiemi.

Quando due insiemi sono isomorfi si può operare sul primo e riferire i risultati al secondo e viceversa. Per esempio, l’insieme delle mele è isomorfo all’insieme dei numeri naturali (con la struttura di gruppoide). Possiamo sommare le mele usando i numeri naturali e poi riferire il risultato alle mele. Grazie all’isomorfismo, si possono sommare le mele anche se le mele non sono fisicamente presenti. **L’isomorfismo permette di astrarre dalla particolare natura degli elementi degli insiemi di supporto.** Infatti, possiamo sommare mele, pere, banane, stelle e pianeti utilizzando sempre l’isomorfismo stabilito tra un insieme di enti discreti e l’insieme dei numeri naturali. L’isomorfismo è una relazione di equivalenza. Usiamo gli isomorfismi, inconsapevolmente,

tutti i giorni più volte al giorno per esempio quando facciamo un acquisto e paghiamo in contanti. Il nostro cervello produce strutture sinaptiche isomorfe ad ogni nuova informazione (struttura) acquisita. La conoscenza procede per isomorfismi. Senza isomorfismi non c'è conoscenza.



Corrispondenza biunivoca tra le strutture (operazioni)

$+$ \rightarrow $+$ (somma)

\emptyset \rightarrow 0 (elemento neutro)

corrispondenza biunivoca tra i risultati di operazioni corrispondenti eseguite su elementi corrispondenti

$$\begin{array}{c} \text{👤👤} + \text{👤👤👤} = \text{👤👤👤👤👤} \\ \times \quad \times \quad \times \\ 2 + 3 = 5 \end{array}$$

l'isomorfismo consente di astrarre dalla particolare natura degli elementi degli insiemi di supporto

Appendice 2

La conoscenza procede per isomorfismi: la deduzione

Per dedurre che la conoscenza procede per isomorfismi è necessario:

- osservare che il cervello esiste
- osservare che il cervello è dotato di memoria (in scrittura e lettura)
- osservare che il cervello è la sede del pensiero (relazioni)

si utilizzano i concetti base

- della Teoria degli Insiemi (insiemi, relazioni, strutture, isomorfismi)
- della Teoria dei Sistemi (definizione di sistema fisicamente realizzabile)

La Teoria degli Insiemi e la Teoria dei Sistemi sono branche della Matematica.

La Teoria dei Sistemi tratta principalmente i sistemi fisicamente realizzabili ovvero i sistemi che esistono o che possono esistere. Il cervello, dato che esiste, è un sistema fisicamente realizzabile e, in quanto tale, gode delle proprietà comuni a tutti i sistemi fisicamente realizzabili.

Un sistema è fisicamente realizzabile se è:

Causale	lo stimolo precede la risposta (prima-dopo, causa-effetto)	Il tempo non è isotropo: va solo avanti
Tempo invariante	non comprime e non espande gli intervalli di tempo, se lo stimolo viene anticipato (ritardato) la risposta risulta anticipata (ritardata) dello stesso intervallo.	Il tempo è omogeneo. L'origine dell'asse temporale può essere fissata arbitrariamente.

La causalità esclude, a priori, la premonizione. La tempo invarianza, che deriva dalla omogeneità dello spazio-tempo, esclude, invece, la predestinazione (perché lo spazio-tempo non è, di per sé, causa di eventi). Le proprietà dello spazio-tempo e dei sistemi causali implicano che l'uomo non sia dotato del dono della premonizione e non sia predestinato. In particolare, il non essere predestinato è condizione necessaria per il conseguimento del libero arbitrio. Il non essere predestinato non esclude la possibilità di fare previsioni.

Se guardiamo e memorizziamo una semplice figura geometrica, siamo poi in grado di descriverla e anche di riprodurla. Questo è possibile perché (in qualche parte della memoria) abbiamo registrato un sistema isomorfo al "sistema figura" visto. Se la rappresentazione memorizzata non fosse isomorfa alla figura vista non saremmo in grado di elencarne le parti e le relazioni tra le parti. In assenza dell'isomorfismo non ci sarebbe corrispondenza tra quanto scritto nella memoria ed il ricordo. Non saremmo quindi capaci di replicare il disegno in modo conforme, o quanto, meno affine. Ripetendo più e più volte questo esperimento di "osservazione di figure", "memorizzazione" e successiva "riproduzione del ricordo" deduciamo che il cervello produce rappresentazioni isomorfe di oggetti fisici. Esiste quindi una relazione biunivoca tra:

l'oggetto (osservabile) e la rappresentazione mentale dell'oggetto (osservato) e ancora tra l'osservato e ciò che viene "scritto" fisicamente nella memoria (configurazione sinaptica).

Dato che ogni oggetto composto di parti in relazione tra loro è un sistema, tale relazione non può che essere un isomorfismo (vedasi definizione di isomorfismo). Lo stesso procedimento si estende a qualsiasi ente di qualsiasi natura. Si può quindi affermare che "La conoscenza procede per isomorfismi".



BIBLIOGRAFIA

[1]	Vittorio Morato	<i>Conoscere, immaginare, ragionare immaginando</i> , Lezione, Palazzo del Capitano, PD, Corso in Philosophy for Children	2016
[2]	Marina Santi	<i>Costruire comunità di integrazione in classe</i> , La biblioteca Pensa Multimedia, Lecce	2006
[3]	Richard Dawkins	<i>Il gene egoista</i> , Oscar Mondadori, Milano	1995
[4]	Isaac Asimov	<i>Il libro della fisica</i> , Mondadori, Milano	1986
[5]	Ed Lein, Michael J.Hawrylyz	<i>La mappa genetica del cervello</i> , Le scienze n. 551	2014
[6]	MacLean P.D.	<i>The Triune Brain in evolution: Role in Paleocerebral Function</i> , Plenum Press, N.Y.	1990
[7]	Jaak Panksepp, Lucy Biven	<i>Archeologia della mente.Origini neuroevolutive delle emozioni umane</i> , Raffaello Cortina Editore, Milano	2014
[8]	P.R.Halmos	<i>Nicolas Bourbaki</i> ”, Scientific American, 196 Maggio 1957, pag. 88-89	1957
[9]	Carl B.Boyer	<i>Storia della Matematica</i> , Oscar Saggi Mondadori, Milano	1980
[10]	C.Villi, T.A. Minelli, A.Pascolini	<i>Lezioni di metodi matematici della fisica</i> , Istituto di Fisica Galileo Galilei, Padova	1978/79
[11]	Ludovico Geymonat	<i>Storia del pensiero filosofico e scientifico</i> , “Parmenide”, Vol.1, Aldo Garzanti Editore, Milano	1971
[12]	Antonio Damasio	<i>Emozione e coscienza</i> , Adelphi, Milano	2000
[13]	Ludovico Geymonat	<i>Storia del pensiero filosofico e scientifico</i> , “Democrito”, Vol. 1, Aldo Garzanti Editore, Milano	1971
[14]	Max Pohlenz	<i>La stoa. Storia di un movimento spirituale</i> , Bompiani, Milano	2005/2012
[15]	Emiliano Boccardi	<i>Il paradigma delle scienze cognitive</i> , Lezione, Master in Yoga Studies, Università Cà Foscari, Cruciferi, Venezia	2014
[16]	Ludovico Geymonat	<i>Storia del pensiero filosofico e scientifico</i> , “Leibniz”, Vol.II, Aldo Garzanti Editore, Milano	1971
[17]	Emiliano Boccardi	<i>Il paradigma delle scienze cognitive</i> , Lezione, Master in Yoga Studies, Università Cà Foscari, Cruciferi, Venezia	2014
[18]	Emiliano Boccardi	<i>Introduzione alla volontà e all'intenzionalità nelle scienze cognitive</i> , Parte II, Lezione, Master in Yoga Studies, Università Cà Foscari, Cruciferi, Venezia	2014
[19]	Ludovico Geymonat	<i>Storia del pensiero filosofico e scientifico</i> , “La psicologia della Gestalt”, Vol.V, Aldo Garzanti Editore, Milano	1971
[20]	Ray Jackendoff	<i>Consciousness and the computational mind</i> , The Mitt Press Classic, Cambridge, Ma,	1987
[21]	Marina Santi, Maura Striano	<i>Lezione in plenaria con Marina Santi e Maura Striano</i> , Corso P4C, Palazzo Capitano, Padova,	2016